

Integrali indefiniti - esercizi svolti- easy

1. Calcolare il seguente integrale:

$$\int \left(3x^2 + \frac{1}{x} - 2e^x \right) dx$$

Applichiamo la decomposizione:

$$\begin{aligned}\int \left(3x^2 + \frac{1}{x} - 2e^x \right) dx &= 3 \int x^2 dx + \int \frac{1}{x} dx - 2 \int e^x dx = 3 \frac{x^{2+1}}{2+1} + \log|x| - 2e^x + c = \\ &= x^3 + \log|x| - 2e^x + c\end{aligned}$$

2. Calcolare il seguente integrale:

$$\int 2x \cdot \sin x^2 dx$$

Essendo $2x$ la derivata di x^2 l'integrale è:

$$\int 2x \cdot \sin x^2 dx = -\cos x^2 + c$$

3. Calcolare il seguente integrale:

$$\int x \cdot \cos x^2 dx$$

Moltiplichiamo e dividiamo per 2 in modo da avere la derivata di x^2 :

$$\int x \cdot \cos x^2 dx = \frac{1}{2} \int 2x \cdot \cos x^2 dx = \frac{1}{2} \sin x^2 + c$$



4. Calcolare il seguente integrale:

$$\int (4\sqrt{x} + 2x^4 + 1) dx$$

$$\begin{aligned}\int (4\sqrt{x} + 2x^4 + 1) dx &= 4 \int x^{\frac{1}{2}} dx + 2 \int x^4 dx + \int dx = 4 \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + 2 \frac{x^{4+1}}{4+1} + x + c = \\ &= 4 \frac{\sqrt{x^3}}{\frac{3}{2}} + 2 \frac{x^5}{5} + x + c = \frac{8}{3} x \sqrt{x} + \frac{2}{5} x^5 + x + c\end{aligned}$$

5. Calcolare il seguente integrale:

$$\int \left(\frac{3}{1+x^2} - \frac{1}{2} \cos x \right) dx =$$

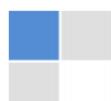
Applichiamo la decomposizione:

$$\int \left(\frac{3}{1+x^2} - \frac{1}{2} \cos x \right) dx = 3 \int \frac{1}{1+x^2} dx - \frac{1}{2} \int \cos x dx = 3 \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \operatorname{sen} x + c$$

6. Calcolare il seguente integrale:

$$\int \operatorname{tg} x dx$$

$$\int \operatorname{tg} x dx = \int \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} dx = - \int \frac{-\operatorname{sen} x}{\cos x} dx = - \log |\cos x| + c$$



7. Calcolare il seguente integrale:

$$\int \frac{x}{x+1} dx$$

Aggiungiamo e sottraiamo 1 al numeratore e scomponiamo in:

$$\int \frac{x}{x+1} dx = \int \frac{x+1-1}{x+1} dx = \int \left(1 - \frac{1}{x+1}\right) dx = \int dx - \int \frac{1}{x+1} dx = x - \log|x+1| + c$$

8. Calcolare il seguente integrale:

$$\int (7x-4)^4 dx$$

Poniamo $t = 7x - 4 ; dt = 7dx \rightarrow dx = \frac{dt}{7}$

l'integrale diventa:

$$\int t^4 \cdot \frac{dt}{7} = \frac{1}{7} \int t^4 dt = \frac{1}{7} \cdot \frac{t^5}{5} + c$$

L'integrale dato diventa:

$$\int (7x-4)^4 dx = \frac{(7x-4)^5}{35} + c$$

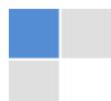
9. Calcolare il seguente integrale:

$$\int \frac{3e^x}{e^{2x}+1} dx$$

si pone $t = e^x ; dt = e^x dx \rightarrow dx = \frac{dt}{t}$

l'integrale diventa:

$$\int \frac{3e^x}{e^{2x}+1} dx = \int \frac{3t}{t^2+1} \cdot \frac{dt}{t} = 3 \int \frac{1}{t^2+1} dt = 3 \arctg t + c = 3 \arctg e^x + c$$



10. Calcolare il seguente integrale:

$$\int \sqrt{1-x^2} dx$$

si pone $\text{sen } t = x \rightarrow t = \arcsen x; dx = \cos t dt$

sostituendo l'integrale diventa:

$$\int \sqrt{1-\text{sen}^2 t} \cdot \cos t dt = \int \cos^2 t dt =$$

Applichiamo le formule di bisezione:

$$\begin{aligned}\int \cos^2 t dt &= \int \frac{1+\cos 2t}{2} \cdot dt = \frac{1}{2} dt + \frac{1}{2} \int \cos 2t dt = \frac{1}{2} t + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \int 2 \cos 2t dt = \frac{1}{2} t + \frac{1}{4} \text{sen} 2t + c = \\ &= \frac{1}{2} t + \frac{1}{4} \cdot 2 \text{sen } t \cos t + c\end{aligned}$$

L'integrale dato è:

$$\int \sqrt{1-x^2} dx = \frac{1}{2} \arcsen x + \frac{1}{2} x \sqrt{1-x^2} + c$$

